**KOŁO TRUDNE DOŚĆ**

Z.1 Oblicz wartość wyrażenia $\frac{a+b}{a-b}$ , jeśli wiadomo, że $2a^{2}+ 2b^{2}$ = 5ab

Z.2 Oblicz wartość wyrażenia $\frac{a+b}{a-b}$ , jeśli $ 2a^{2}+4ab=ab+2b^{2}$

Z.3

Wykaż, że: $\sqrt{4\sqrt{2}+2\sqrt{6}}=\sqrt[4]{2}\left(\sqrt{3}+1\right)$

Z. 4 Uzasadnij, że dla każdej liczby całkowitej $k$ liczba $k\left(k+1\right)\left(k+9\right)\left(k^{2}+1\right)$ jest

 podzielna przez $5$.

Z. 5 Wykaż, że dla każdej liczby $n\in N$ liczba $n^{5}-n$ jest podzielna przez 30.

Z. 6 Udowodnij, że reszta z dzielenia liczby pierwszej przez 30 jest równa 1 lub jest liczbą pierwszą.

Z.7 Jaki obwód ma równoległobok o wysokościach m i n i kącie ostrym $30^{0} ?$

Z.8 Dany jest czworokąt ABCD, w którym AB II CD. Na boku BC wybrano taki punkt E, że

 $\left|EC\right|=\left|CD\right| i \left|EB\right|=\left|BA\right|$. Wykaż, że kąt AED jest prosty.

Z. 9 Dany jest równoległobok ABCD oraz punkt E należący do boku BC. Przez punkt D prowadzimy

 prostą k równoległą do AE. Na prostej k obieramy takie punkty K , L , że czworokąt AEKL jest

 równoległobokiem. Udowodnij, że oba równoległoboki mają równe pola.



Z. 10 Wysokości pewnego trójkąta maja długości: $ 2\sqrt{6} , \frac{8}{ 7}\sqrt{6 } , \frac{9}{5}\sqrt{6} $. Obwód tego trójkąta

 wynosi 16. Oblicz długości boków trójkąta.

Z. 11 Czy przez okno w kształcie kwadratu o boku $95 cm$ można przenieść prostopadłościenne pudło

 o wymiarach $30 cm , 1 m , 1,5 m ? $

**Ad. 1 Spróbuj z danej równości wyznaczyć za pomocą wzorów skr.mn.**

 **raz** $\left(a+b\right) i drugi raz \left(a-b\right)$

$2a^{2}+ 2b^{2}$ = 5ab $2a^{2}+ 2b^{2}$ = 5ab

$2a^{2}-4ab+2b^{2}=ab$ $2a^{2}+4ab+2b^{2}=9ab $

 $2\left(a-b\right)^{2}=ab$ $ 2\left(a+b\right)^{2}=9ab$

 $a-b=\sqrt{\frac{ab}{2}}$ $ a+b=\sqrt{\frac{9ab}{2}}$

 $\frac{a+b}{a-b}=\sqrt{\frac{9ab}{2} ∙\frac{2}{ab}}=3$

Ad.2 $2a^{2}+4ab=ab+2b^{2}$

 $2a\left(a+2b\right)-b\left(a+2b\right)=0$

 $\left(a+2b\right)∙\left(2a-b\right)=0$

 $a+2b=0 lub 2a-b=0$

$$ a=-2b lub 2a=b$$

$$\frac{a+b}{a-b}=\frac{-b}{-3b}=\frac{1}{3} lub ?$$

Ad.3

 $\sqrt{4\sqrt{2}+2\sqrt{6}}=\sqrt[4]{2}\left(\sqrt{3}+1\right) / ^{2}$

 $4\sqrt{2}+2\sqrt{6}=\sqrt{2}∙\left(\sqrt{3}+1\right)^{2}$ reszta już bardzo łatwa

Ad.4 $ Liczba k może mieć postać: \left\{\begin{array}{c}5a\\5a+1\\5a+2\\5a+3\\5a+4\end{array}\right.$

Iloczyn czynników jest podzielny przez 5, jeżeli jeden z czynników jest przez 5 podzielny.

 Dla $k=5a$ podzielny jest czynnik k,

 dla $k=5a+1$ podzielny jest czynnik $k+9 5a+1+9=5\left(a+2\right)$

 w trzecim i czwartym przypadku podzielny jest czynnik $k^{2}+1$ (wz. skr. mn.)

Ad.5

$$n^{5}-n=n∙\left(n^{4}-1\right)=n∙\left(n^{2}-1\right)∙\left(n^{2}+1\right)=\left(n-1\right)∙n∙\left(n+1\right)∙\left(n^{2}+1\right)$$

 $\left(n-1\right)∙n∙\left(n+1\right) $ to iloczyn trzech kolejnych liczb N ,

 więc jest podzielny przez $2 i 3 , czyli 6$.

 Brakuje podzielności przez 5, ale patrz zad.4.